

Fracciones algebraicas

(operaciones)

1. Común denominador

EJEMPLO 1 ¡Fácil!

Calcula el denominador común:

$$\frac{1}{2x^2} \quad y \quad \frac{1}{x^3} \quad y \quad \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2 \cdot x \cdot x} \quad , \quad \frac{1}{x \cdot x \cdot x} \quad , \quad \frac{1}{2 \cdot 2}$$

1º Descomposición de denominadores

2º Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

¡Recuerda! Comunes y no comunes al mayor exponente

m.c.m. = $2 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot x = 4x^3$

EJEMPLO 2 ¡Difícil!

Calcula el denominador común:

$$\frac{1}{2x+2} \quad y \quad \frac{1}{x^2-1} \quad y \quad \frac{1}{-1+x}$$

$$\frac{1}{2 \cdot (x+1)} \quad , \quad \frac{1}{(x+1)(x-1)} \quad , \quad \frac{1}{x-1}$$

m.c.m. = $2 \cdot (x+1) \cdot (x-1)$

1.1 FACTOR COMÚN. Calcula el denominador común:

a. $\frac{1}{9x} \quad y \quad \frac{1}{3x^2}$

Sol.: $9x^2$

c. $\frac{1}{8x^4} \quad y \quad \frac{1}{12x^3}$

Sol.: $24x^4$

b. $\frac{1}{25x^4} \quad y \quad \frac{1}{5x^2}$

Sol.: $25x^4$

d. $\frac{1}{3x} \quad y \quad \frac{1}{15x^5}$

Sol.: $15x^5$

1.2 FACTOR COMÚN. Calcula el denominador común:

a. $\frac{1}{3x} \quad y \quad \frac{1}{3x+1}$

Sol.: $3x(3x+1)$

c. $\frac{1}{x^2} \quad y \quad \frac{1}{3x^3-x^2}$

Sol.: $x^2(3x-1)$

b. $\frac{1}{3x^2} \quad y \quad \frac{1}{3x+3}$

Sol.: $3x^2(x+1)$

d. $\frac{1}{3x^2} \quad y \quad \frac{1}{6x^3+3x^2}$

Sol.: $3x^2(2x+1)$

1.3 IDENTIDADES NOTABLES. Calcula el denominador común:

a. $\frac{1}{x^2}$ y $\frac{1}{x^2-4}$ Sol.: $x^2(x+2)(x-2)$ c. $\frac{1}{x-2}$ y $\frac{1}{x^2-4x+4}$ Sol.: $(x-2)(x-2)$

b. $\frac{1}{x+1}$ y $\frac{1}{x^2-1}$ Sol.: $(x+1)(x-1)$ d. $\frac{1}{1+x}$ y $\frac{1}{x^2+2x+1}$ Sol.: $(x+1)(x+1)$

2. Suma y resta

- **Igual denominador.** Se deja el denominador y se operan los numeradores
- **Distinto denominador.** Se pasan a común denominador y luego se deja el denominador común y se operan los numeradores

EJEMPLO 1 ¡Fácil!

Opera:

$$\frac{1}{2x^2} + \frac{3}{x^3} - \frac{x}{4} + 3$$

1° Se calcula el m.c.m. de denominadores

$$2 \cdot x \cdot x, \quad x \cdot x \cdot x, \quad 2 \cdot 2$$

$$\text{m.c.m.} = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot x = 4x^3$$

2° Se pone el m.c.m. en los denom. y se opera

¡Recuerda! Se divide el m.c.m. entre el denom. y se multiplica por el numer.

$$= \frac{2x \cdot 1}{4x^3} + \frac{4 \cdot 3}{4x^3} - \frac{x^3 \cdot x}{4x^3} + \frac{4x^3 \cdot 3}{4x^3}$$

$$= \frac{2x}{4x^3} + \frac{12}{4x^3} - \frac{x^4}{4x^3} + \frac{12x^3}{4x^3} =$$

3° Se deja el denominador común y se operan numer.

$$= \frac{-x^4 + 12x^3 + 2x + 12}{4x^3}$$

EJEMPLO 2 ¡Difícil!

Opera:

$$\frac{x}{2x+2} + \frac{3}{x^2-1} - \frac{1}{-1+x}$$

$$2 \cdot (x+1), \quad (x+1)(x-1), \quad x-1$$

$$\text{m.c.m.} = 2(x+1)(x-1)$$

$$= \frac{(x-1) \cdot x}{2(x+1)(x-1)} + \frac{2 \cdot 3}{2(x+1)(x-1)} - \frac{2(x+1) \cdot 1}{2(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x^2-x}{2(x+1)(x-1)} + \frac{6}{2(x+1)(x-1)} - \frac{(2x+2)}{2(x+1)(x-1)} =$$

¡Error frecuente!

$$= \frac{x^2-x+6-2x-2}{2(x+1)(x-1)} = \frac{x^2-3x+4}{2(x+1)(x-1)}$$

2.1 Opera:

a. $\frac{1}{9x} + \frac{2}{3x^2} =$ Sol.: $\frac{x+6}{9x^2}$ c. $\frac{1}{8x^4} - \frac{5}{12x^3} =$ Sol.: $\frac{3-10x}{24x^4}$

b. $\frac{3}{25x^4} - \frac{1}{5x^2} =$ Sol.: $\frac{3-5x^2}{25x^4}$ d. $-\frac{2}{3x} + \frac{2}{15x^5} =$ Sol.: $\frac{-10x^4+2}{15x^5}$

2.2 Opera:

$$a. \frac{2}{3x+1} + \frac{x}{3x+1} =$$

$$\text{Sol.: } \frac{2+x}{3x+1}$$

$$c. -\frac{3}{x^2} + \frac{x}{3x^3-x^2} =$$

$$\text{Sol.: } \frac{-8x+3}{x^2(3x-1)}$$

$$b. -\left(\frac{1}{3x^2} - \frac{x^2}{3x+3}\right) =$$

$$\text{Sol.: } \frac{x^4-x-1}{3x^2(x+1)}$$

$$d. \frac{1}{3x^2} - \frac{3x^2}{6x^3+3x^2} =$$

$$\text{Sol.: } \frac{-3x^2+2x+1}{3x^2(2x+1)}$$

2.3 Opera:

$$a. \frac{1}{x^2} - \frac{2x}{x^2-4} =$$

$$\text{Sol.: } \frac{-2x^3+x^2-4}{x^2(x+2)(x-2)}$$

$$c. -\left(\frac{1}{x-2} + \frac{x}{x^2-4x+4}\right) =$$

$$\text{Sol.: } \frac{2-2x}{(x-2)^2}$$

$$b. -\frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} =$$

$$\text{Sol.: } \frac{-x^3-x^2+1}{(x+1)(x-1)}$$

$$d. \frac{1}{1+x} + \frac{x+1}{x^2+2x+1} =$$

$$\text{Sol.: } \frac{2}{1+x}$$

3. Multiplicación y división

- **Multiplicación.** Primero, se multiplican numeradores y se multiplican denominadores. Segundo, se factoriza el numerador y el denominador para intentar simplificar
- **División.** Primero, se multiplican en cruz numeradores y denominadores. Segundo, se factoriza el numerador y el denominador para intentar simplificar

1° Se operan las fracciones

- Multipl. → Multiplicación recto
- División → Multiplicación en cruz

2° Se simplifica, factorizando

¡Recuerda! Opciones: factor común, identidades notables...

EJEMPLO ¡Difícil! Opera:

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{2x + 2} \cdot \frac{2}{x^2 - 1} =$$

$$= \frac{(x^2 + 2x + 1) \cdot 2}{(2x + 2)(x^2 - 1)} =$$

$$= \frac{\boxed{(x+1)^2} \cdot 2}{(2x+2)(x^2-1)} \quad \text{Identidad notable}$$

$$= \frac{(x^2 + 2x + 1) \cdot 2}{(2x + 2)(x^2 - 1)} =$$

$$\text{Factor común } \boxed{2(x+1)} \quad \boxed{(x+1)(x-1)} \quad \text{Identidad notable}$$

$$= \frac{\cancel{(x+1)} \cdot \cancel{(x+1)} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot \cancel{(x+1)} \cdot \cancel{(x+1)} \cdot (x-1)} =$$

$$= \boxed{\frac{1}{x-1}}$$

EJEMPLO ¡Difícil! Opera:

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{2x + 2} : \frac{x^2 - 1}{2} =$$

$$= \frac{(x^2 + 2x + 1) \cdot 2}{(2x + 2)(x^2 - 1)} =$$

$$= \frac{\boxed{(x+1)^2} \cdot 2}{(2x+2)(x^2-1)} \quad \text{Identidad notable}$$

$$= \frac{(x^2 + 2x + 1) \cdot 2}{(2x + 2)(x^2 - 1)} =$$

$$\text{Factor común } \boxed{2(x+1)} \quad \boxed{(x+1)(x-1)} \quad \text{Identidad notable}$$

$$= \frac{\cancel{(x+1)} \cdot \cancel{(x+1)} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot \cancel{(x+1)} \cdot \cancel{(x+1)} \cdot (x-1)} =$$

$$= \boxed{\frac{1}{x-1}}$$

3.1 Opera:

a. $\frac{1}{9x} \cdot \frac{3x^2}{2} =$

Sol.: $\frac{x}{6}$

b. $-\frac{2}{3x} : \frac{1}{15x^5} =$

Sol.: $-10x^4$

3.2 Opera:

a. $-\left(\frac{1}{3x^2} : \frac{x^2}{3x+3}\right) =$

Sol.: $\frac{-x+1}{x^4}$

b. $-\frac{1}{3x^2} \cdot \frac{6x^3+3x^2}{3x^2} =$

Sol.: $\frac{-2x-1}{3x^2}$

3.3 Opera:

a. $-\frac{x^2}{x+1} : \frac{1}{x^2-1} =$

Sol.: $-x^3 + x^2$

b. $-\left(\frac{1}{x-2} \cdot \frac{x^2-4x+4}{x}\right) =$

Sol.: $\frac{2-x}{x}$